

Łagodne wprowadzenie do analizy algorytmów

Marek Kubale

Gdańsk 2024

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

Dariusz Mikielwicz

REDAKTOR

Zdzisław Puhaczewski

RECENZENT

Krzysztof Goczyła

Wydanie XIX – 2024

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Gdańskiej

Oferta wydawnicza Politechniki Gdańskiej jest dostępna pod adresem
<https://www.sklep.pg.edu.pl>

Utwór nie może być powielany i rozpowszechniany, w jakiegokolwiek
formie i w jakikolwiek sposób, bez pisemnej zgody wydawcy.

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2024

ISBN 978-83-7348-914-1

Spis treści

PRZEDMOWA	5
1. WPROWADZENIE.....	7
1.1. Rys historyczny	7
1.2. Klasyfikacja problemów.....	9
1.3. Język PseudoPascal.....	15
1.4. Podstawy matematyczne	17
1.4.1. Logarytmy i zaokrąglenia całkowite.....	17
1.4.2. Sumy szeregów	18
1.5. Symbole oszacowań asymptotycznych	20
1.5.1. Symbol $O(\cdot)$	21
1.5.2. Symbol $o(\cdot)$	21
1.5.3. Symbol $\Omega(\cdot)$	22
1.5.4. Symbol $\omega(\cdot)$	22
1.5.5. Symbol $\Theta(\cdot)$	23
1.5.6. Symbol $\tilde{\Theta}(\cdot)$	24
1.6. Równania rekurencyjne niejednorodne.....	24
1.6.1. Równania typu „dziel i zwyciężaj”.....	25
1.6.2. Równania typu „jeden krok w tył”	27
Zadania.....	31
2. PODSTAWY ANALIZY ALGORYTMÓW	38
2.1. Wstęp.....	38
2.2. Poprawność algorytmów	40
2.3. Złożoność czasowa algorytmów	43
2.3.1. Operacje podstawowe	43
2.3.2. Rozmiar danych	44
2.3.3. Pesymistyczna złożoność obliczeniowa	45
2.3.4. Oczekiwana złożoność obliczeniowa	45
2.4. Złożoność pamięciowa.....	48
2.5. Optymalność	52
2.6. Dokładność numeryczna algorytmów	54
2.6.1. Zadania źle uwarunkowane	54
2.6.2. Stabilność numeryczna	56
2.7. Prostota algorytmów	57
2.8. Wrażliwość algorytmów.....	60
2.9. Programowanie a złożoność obliczeniowa	61
2.9.1. Rząd złożoności obliczeniowej.....	61
2.9.2. Stała proporcjonalności złożoności obliczeniowej.....	64
2.9.3. Imperatyw złożoności obliczeniowej i odstępstwa.....	67

2.10. Przykład analizy: mnożenie macierzy.....	68
2.11. Algorytmy probabilistyczne.....	72
Zadania	75
3. PODSTAWOWE STRUKTURY DANYCH	84
3.1. Tablice.....	84
3.2. Listy.....	86
3.3. Zbiory.....	87
3.4. Grafy	88
3.4.1. Macierz sąsiedztwa wierzchołków	94
3.4.2. Listy sąsiedztwa wierzchołków	97
3.4.3. Pęki wyjściowe	98
Zadania.....	98
4. DODATEK: ZAGADKI ALGORYTMICZNE.....	105
4.1. Alicja i Bogdan w pizzerii.....	105
4.2. Alicja i Bogdan w naleśnikarni	106
4.3. Alicja i Bogdan w samochodzie.....	107
4.4. Alicja i Bogdan wśród ludożerców	107
4.5. Alicja i Bogdan remontują mieszkanie	108
4.6. Alicja i Bogdan na działce	109
4.7. Alicja i Bogdan zostają deweloperami.....	109
4.8. Alicja kupuje buty	110
4.9. Alicja i Bogdan wyprawiają wesele.....	110
4.10. Alicja w krainie czarów	111
4.11. Alicja i Bogdan w kapeluszach	111
4.12. Alicja i Bogdan na wczasach	112
4.13. Kilka praktycznych problemów Alicji i Bogdana.....	112
4.14. Bogdan w więzieniu.....	112
SŁOWNIK POLSKO-ANGIELSKI.....	114
LITERATURA.....	119

PRZEDMOWA

Przekazywana do rąk czytelników książka jest 20. wydaniem podręcznika akademickiego, opublikowanego nakładem Wydawnictwa Politechniki Gdańskiej pod tym samym tytułem. Od momentu poprzedniego wydania wystąpiły nowe fakty w zakresie komputerowego stymulowania odkryć w dziedzinie teorii algorytmów, szybkiego mnożenia macierzy oraz rosnącej roli stabilności numerycznej algorytmów. Stąd zrodziła się potrzeba kolejnego wydania, uzupełnionego o najnowsze informacje z tych dziedzin oraz nowe zadania algorytmiczne.

Oddawany do rąk czytelników podręcznik jest przeznaczony dla osób interesujących się podstawami informatyki, w tym przede wszystkim dla studentów kierunku informatyka na Wydziale ETI Politechniki Gdańskiej. Formalnie rzecz biorąc, jego treść pokrywa pierwszą część wykładu z przedmiotu „Podstawy analizy algorytmów”, tj. algorytmy i problemy wielomianowe i całość wykładu z przedmiotu „Elementy analizy algorytmów”, ale stanowi też miejscami rozszerzenie programu tych przedmiotów, które są prowadzone na II roku kierunku informatyka. W tym miejscu odnotujmy, że drugą część wykładu doskonale pokrywa książka Krzysztofa Giary „Złożoność obliczeniowa algorytmów w zadaniach” [10] oraz dawny skrypt autora [13]. W szczególności niniejszy podręcznik może służyć jako wprowadzenie do wykładu „Algorytmy i struktury danych”. Jego fragmenty mogą być także wykorzystane w nauczaniu przedmiotu „Matematyka dyskretna”. Sądzę, że książka może ponadto zainteresować studentów kierunku informatyka na Wydziale Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwersytetu Gdańskiego, oraz studentów kierunków pokrewnych, np. matematyka stosowana.

Zakładam, że czytelnik ma pewne podstawowe przygotowanie z matematyki dyskretniej i że umie układać algorytmy w Pascalu lub dowolnym innym języku wysokiego poziomu. Znajomość przedmiotów „Metody i techniki programowania”, „Praktyka programowania” oraz „Matematyka dyskretna” jest pożądana, aczkolwiek niekonieczna, przy lekturze tego podręcznika akademickiego.

Niniejsza pozycja składa się z trzech rozdziałów zasadniczych. Rozdział 1 daje podstawy formalne, niezbędne przy analizie algorytmów pod kątem złożoności obliczeniowej. Podajemy tutaj klasyfikację problemów rozwiązywalnych za pomocą komputerów, przypominamy wybrane pojęcia matematyczne, definiujemy symbole oszacowań asymptotycznych. Jednakże najwięcej miejsca poświęcamy metodom najczęściej spotykanym przy analizie złożoności obliczeniowej algorytmów rekurencyjnych.

Rozdział 2 wprowadza w zagadnienie analizy algorytmów z różnych punktów widzenia. Algorytmy, które tutaj rozważamy, są najprostsze możliwe, tj. szeregowe, scentralizowane, statyczne i dokładne. Rozważamy tutaj takie zagadnienia, jak: poprawność, złożoność czasowa, złożoność pamięciowa i jej związki ze złożonością czasową, optymalność w sensie efektywności, stabilność numeryczna, prostota i wrażliwość. Rozdział zamykamy przykładem algorytmu probabilistycznego.

Ostatni rozdział 3 przedstawia podstawowe struktury danych, gdyż są one niezbędnym komponentem każdego rozwiązania algorytmicznego. W rozdziale tym rozważamy takie

struktury, jak: tablica, lista, zbiór, a zwłaszcza graf. Strukturom grafowym poświęcamy szczególnie wiele miejsca, gdyż grafy są najczęściej spotykanym modelem matematycznym w informatyce. Więcej informacji na ten temat można znaleźć w podręczniku Krzysztofa Goczyły „Struktury danych” [11]. Co ważne i cenne dla czytelników studiujących zagadnienia złożoności obliczeniowej algorytmów, każdy z powyższych rozdziałów kończy się zestawem ponad 30 zadań niezbędnych do sprawdzenia nabytej wiedzy i umiejętności oraz umożliwiających jej pogłębienie.

Skrypt kończymy dodatkiem, który zawiera sekwencję około 40 zagadek algorytmicznych, które wymagają znalezienia efektywnych algorytmów rozwiązujących postawione problemy. Czytelnik, przystępując do ich rozwiązywania, będzie miał okazję, aby sprawdzić swoje umiejętności i kompetencje nabyte na zajęciach z przedmiotu „Podstawy analizy algorytmów”. Wreszcie na sam koniec zamieszczamy słownik polsko-angielski ważniejszych pojęć z tego zakresu wiedzy.

W tym miejscu pragnę wyrazić wdzięczność recenzentowi prof. dr. hab. inż. Krzysztofowi Goczyły za życzliwe sugestie; dziękuję również mgr. inż. Janowi Wojtkiewiczowi za pomoc edytorską oraz zespołowi Wydawnictwa PG za wnikliwą korektę. Z góry dziękuję również studentom za wszelkie uwagi merytoryczne, które można kierować pocztą elektroniczną na podany niżej adres.

Gdańsk, lipiec 2024 r.

Marek Kubale
kubale@eti.pg.edu.pl